whereof we are obliged to the Author of the *Journal des Scavans*) undertakes to prove, that the *Transfusion* is yet of greater Antiquity, as having been known to *Libavius* above 50. years since. For which, that *Roman* Author alledgeth a place out of the said *Libavius* (in *Defensione Syntagmatis Arcanorum Chymicorum contra Heningum Schneumannum, actione* 2. *pag.* 8. *Edit. Francos. A.* 1615.) where the Transfusion is so plainly described, that one can hardly discourse of it with more cleerness, than there is done, in these words: *Adsit* (saith *Libavius l. c.*) *Juvenis robustus, sanus, sanguine spirituoso plenus: Adstet exhaustus viribus, tenuis, macilentus, vix animam trahens. Magister artis habeat tubulos argenteos inter se congruentes, aperiat arteriam robusti, & tubulum inserat muniatque; mox & ægroti arteriam findat, & tubulum fæmineum infigat. Jam duos tubulos sibi mutuo applicet, & ex sano sanguis arterialis, calens & spirituosus saliet in ægrotum, unaque vitæ fontem afferet omnemque languorem pellet.* This indeed is cleer enough, and obliges us to averre a greater antiquity of this operation, than before we were aware of; though 'tis true, *Libavius* did not propose it but only to mock at it (which is the common fate of new Inventions, in their Cradle;) besides that he contrives it with great danger, both to the *Recipient* and *Emittent*, by proposing to open *Arteries* in both; which indeed may be practised upon *Brutes*, but ought by no means upon *Man*.

Mr. Gregories *Answer*

To the Animadversions of Mr. Hugenius *upon his Book*, De vera Circuli & Hyperbolæ Quadratura; *as they were publish'd in the* Journal des Scavans *of* July 2. 1668.

THis Answer we shall give the *Reader* in the same Language and Words, in which the Author of it desired, it might be inserted in this Tract, *viz.*

A*D ea quæ dicit D.* Hugenius *contra meam* Circ. & Hyperb. Quadraturam, *ingenue fateor (cum illa scriberem) me non animadvertisse exemplum in prop.* 10. *non esse seriem convergentem; experientiam enim feci solummodo de primis & secundis terminis, non considerando tertios cum primis coincidere; nam ratiociniis insistebam, de exemplis parum solicitus: Ut autem appareat in hoc nihil contineri contra nostram Doctrinam, agedum hoc loco* 10. prop. *totidem verbis, sed cum legitimo exemplo, repetamus,*

Prop.

Prop. 10. *Problema.*

Ex data quantitate eodem modo composita a duobus terminis convergentibus cujuscunque seriei convergentis, quo componitur ex terminis convergentibus immediate sequentibus; seriei propositæ terminationem invenire.

S*It series convergens, cujus duo termini convergentes quicunque sint* a, b, *& termini convergentes immediate sequentes* $\frac{2ab}{a+b}$, $\frac{a+b}{2}$; *termini priores inter se multiplicati efficiunt* ab, *item sequentes inter se multiplicati efficiunt eandem* ab; *ex his invenienda sit proposita seriei terminatio. Manifestum est, quantitatem* ab *eodem modo fieri a terminis convergentibus* a, b, *quo a terminis convergentibus immmediate sequentibus* $\frac{2ab}{a+b}$, $\frac{a+b}{2}$: *& quoniam quantitates* a, b, *indefinite ponuntur pro quibuslibet totius seriei terminis convergentibus, evidens est, duos quoscunque terminos convergentes propositæ seriei inter se multiplicatos idem efficere productum, quod faciunt termini immediate sequentes etiam inter se multiplicati; cumque duo termini convergentes duos terminos convergentes semper immediate sequantur, manifestum est, duos quoscunque terminos convergentes inter se multiplicatos idem semper efficere productum, nempe* ab; *atque ultimi termini convergentes sunt æquales, & proinde sit ultimus ille terminus, seu seriei terminatio* z, *quæ in seipsum multiplicata facit* $z^2 = ab$; *est igitur* z. *seu seriei terminatio* r^2ab, *quam invenire oportuit: & proinde ad inveniendam cujuscunque seriei convergentis terminationem opus est solummodo invenire quantitatem eodem modo compositam ex terminis convergentibus primis, quo componitur eadem quantitas ex terminis convergentibus secundis.*

Consectarium.

Quoniam non refert *in Problemate*, sive termini convergentes *a, b*, sint primi, secundi vel tertii, *&c.* manifestum est, omnis seriei convergentis terminationem eodem modo esse compositam ex terminis convergentibus primis, quo ex secundis, tertiis, &c.

S*I quis aliud exemplum desideret, sint primi termini* a, b, *secundi* $r^7a'b^2$, r^2ab, *quantitas eodem modo composita &c. est* $a\,b$ *& seriei terminatio* $r^{11}a^7b^4$: *videat* Hugenius, *duo exempla legitima hic adducta inquisitionem* septimæ *non admittere; ope tamen* prop. decimæ (*supposita tertia illa quantitate*) *facile resolvuntur, neque ullo modo consectarium respuunt, quod solummodo esse momenti satis sit indicasse; plura autem exempla desideranti millena afferam.*

A*D primam* Hugenii *objectionem quod spectat, miror eum non considerasse præcedens* consectarium, *ubi illa, quæ desiderat, evidenter deduco ex* prop. 10.

At agnoscit hoc verum esse in illis seriebus, quæ ope nostræ methodi terminantur: velim certe ut assignet mihi Nobiliss. vir seriem aliquam convergentem cum sua terminatione, quæ consectarium nostrum respuat; vel si eam assignare non possit, solidam dubitandi rationem tantum desidero. Ut autem funditus evertatur hæc objectio, sequentem exhibeo demonstrationem Geometricam.

Sit A. *polygonum regulare sectori* inscriptum, B. *eidem simile* circumscriptum; *continuetur series convergens polygonorum &c. ut sit ejus terminatio seu circuli sector* Z: *sit* X *eodem modo composita à terminis* C, D, *quo* Z *à terminis* A, B; *dico* Z *&* X *esse indefinite æquales; si non sint indefinite æquales, sit inter illas indefinita differentia* α, *& continuetur series convergens in terminos convergentes* I, K, *ita ut eorum differentia sit minor quam* α; *hoc enim absque dubio concipi potest, etiamsi hic omnes quantitates sint indefinitæ, quoniam definitis quantitatibus* A, B, *definitur etiam* α, *sed adhuc restat* K-I *quantitas indeterminata in infinitum decrescens. Manifestum est,* sectorem Z *esse indefinite minorem quam* K, *& majorem quam* I: *item quoniam* Z. *eodem modo componitur ex quantitatibus* A, B, *quo* X. *e quantitatibus* C, D, *&* Z *indefinite minor est quam* K *& major quam* I, *patet ex proprietatibus seriērum convergentium,* X *etiam esse indefinite majorem quam* I, *& minorem quam* K (*est enim revera indefinite major quam* L *& minor quam* M) *& proinde sunt quatuor quantitates indefinitæ, quarum maxima & minima sunt* I, K, *intermediæ autem* Z *&* X, *& ideo differentia extremarum* K-I *major est quam* α *differentia mediarum, quod est absurdum, ponitur enim minor; quantitates ergo* Z *&* X *non sunt indefinite inæquales, & ideo sunt indefinite æquales, quod demonstrandum erat. Manifestum est hanc demonstrationem eodem modo applicabilem esse omni seriei convergenti.*

A	B	
C	D	
E	F	
G	H	α
I	K	
L	M	
Z		
X		

In objectionibus 2, 3 *&* 4, *contra suas ipsius imaginationes argumentatur* Hugenius: *Ego enim satis dilucide affirmo in* scholio prop. 5, *et in* fine prop. 9. *septimam & nonam propositionem esse particularem, unamquamq; suo casui; item in prop.* decima (*quam ergo pro generali substituo*) *evidenter suppono, & non quæro, illam quantitatem eodem modo compositam ex primis, quo ex secundis terminis convergentibus; satis enim scio, talem methodum generalem esse impossibilem. Sed omnium maxime admiror, Clarissimum virum non animadvertisse in* 8 definitione, *Quantitates* C, D, E, *compositionem ingredientes, semper esse easdem, nempe definitas & invariabiles, ipsos autem terminos* A, B, *esse indefinitos & variabiles, nimirum in* F, G, *& infinitos alios: at quis est qui non videt,* Hugenii $\frac{b^2m}{a^2+ba}$ *non minus esse indefinitam, quam sunt ipsi termini? Deinde in* Proœmio nostræ Geometriæ partis universalis, *sic dico.* Alii objiciunt contra prop. 2, ita; si addatur a^3 termino a^3+a^2b & termino ba^2+b^2a, enervetur vis utriusq; demonstrationis. Respondeo, a^3 esse quantitatem indefinitam, & alias quantitates indefinitas præter ipsos terminos convergentes compo-

compositionem non posse ingredi, quod analystam latere non potest: *Eodem modo respondeo* Hugenio, $\frac{bbm}{a^2+ab}$ *esse quantitatem indefinitam & ideo compositionem non posse ingredi. Si autem mihi objiciat, in* septima *me credidisse,* $\frac{mac-mbe}{ad-bd}$ *fuisse quantitatem indefinitam; Respondeo, etiamsi divisio per* a-b *à me satis inconsiderate neglecta sit, aperte tamen constat, me hoc cognovisse, ex diversitate methodorum, quibus utor in septima & decima, quippe ista* particulari, *in qua quantitatem illam quæro, & hac* generali, *in qua illam suppono; nulla enim alia ratio hujus diversitatis excogitari potest; quod etiam ex ipsis* septima & decima *est manifestum, cum appellem semper terminos convergentes quantitates indefinitas, hoc ipso satis significans, nullas alias quantitates indefinitas calculo inesse.*

Semper credidi in rebus scientificis verba ita candide esse explicanda (si modo possibile sit) ut discursus nullum includat absurdum; at Hugenius *satis percipit, discursum nihil continere absurdi, modo nulla quantitas indefinita præter ipsos terminos compositionem ingrediatur; judicat tamen absque omni ratione, me contrarium existimasse; libenter enim optarem* Hugenium *assignasse locum, ubi assero, illam inquisitionem 7mæ esse universalem. Dico igitur & declaro me intelligere, nullam quantitatem indefinitam præter ipsos terminos convergentes compositionem posse ingredi. Atque ita corruunt tres ultimæ* Hugenii *sive diversæ objectiones, sive ejusdem portiones; nescio enim, quare in tot partes dividatur.*

Præcedentibus perceptis, evidentissimum est, Circuli, Ellipseos *vel* Hyperbolæ *Sectorem esse terminationem seriei convergentis, cujus primi termini* a^3+a^2b, ab^2+b^3, *& secundi* ba^2+b^2a, b^2a, *& proinde Sectorem eodem modo componi ex primis terminis quo ex secundis; atque evidens est, nullam dari quantitatem eodem modo analyticè compositam ex primis terminis quo ex secundis, quoniam primos eodem modo analyticè tractando quo secundos, semper restat altior potestas ipsius* a *in primorum producto, quam in producto secundorum; de hoc (si non credatur) fiat experientia, & constabit non solum assertionis veritas, sed etiam ejusdem demonstratio; quando autem altior est ejusdem potestas in una quantitate quam in altera, nulla datur indefinita æquatio, de qua hic tantum loquimur, hoc est, ut (positis* a, b, *ad libitum) æqualitas semper ritè procedat. Atque hæc est summa non solum prop*nis *11mæ sed etiam totius nostræ* Circ. & Hyp. Quadraturæ, *ab* Hugenio *adhuc intactæ. Gratias tamen ago nobilissimo viro, quod meas qualescunque lucubrationes examinare dignatus est, hinc enim mihi data est occasio illas fusius explicandi & confirmandi. Num* Hugeniana *methodus circulum mensurandi mea sit præcisior, experientiæ relinquo judicandum; quod autem nostra,* Hyperbolam quadrandi, *illi etiam innotuerat, de hoc nihil habeo quod dicam, nisi quod mihi gratuler, inventa mea ipso* Hugenio *non æstimari indigna.*

Sch. 5. Con. 10.